

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор института
фундаментальных наук

Газенаур Е.Г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,
проводимых КемГУ самостоятельно,
для поступающих по программам бакалавриата и специалитета
по Математике
в 2025 году**

КЕМЕРОВО 2024

1. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ.

Форма проведения вступительных испытаний - тест

Время на выполнение теста – **3 часа (180 минут)**.

Максимальная оценка – **100 баллов**.

Тест по Математике включает 35 заданий: с выборочной формой ответа; с записью ответа в целочисленном виде или десятичной дробью; с полным решением. Задания оцениваются следующим образом (задания различного уровня сложности):

№ задания	1-20	21-30	31-35	Общая сумма
Количество баллов	2	3	6	100

Нижний порог прохождения – **40 баллов**.

В программе представлены:

образцы тестов;

краткое содержание тем;

учебная литература.

Апелляции по вступительным испытаниям принимаются на следующий день после опубликования результатов.

2. ОБРАЗЕЦ ТЕСТА ПО МАТЕМАТИКЕ

При ответе на задания необходимо выбрать верный ответ и внести его.

1. Найдите значение выражения $t - \frac{m}{n}$ при $m = 24, n = 4, t = 2$.
1) 5; 2) -4; 3) 8; 4) 14
2. Найти x из пропорции $\frac{26}{x} = \frac{6}{12}$. 1) $\frac{1}{13}$; 2) 36; 3) 52; 4) $\frac{4}{9}$
3. Вычислите $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$. 1) 10; 2) 18; 3) 6; 4) 100
4. Преобразовать, раскрыв скобки $(x-6)(x-2)$
1) $x^2 - x - 12$ 2) $x^2 + 4x - 12$ 3) $x^2 + 8x + 12$ 4) $x^2 - 8x + 12$
5. Решить уравнение $6x - 0,8 = 3x + 2,8$. 1) 1,2; 2) 0,7; 3) 3,5; 4) 0,8
6. Найдите значение выражения: $81^{1/4} - 3\sqrt{3} 3^{1/2}$.
1) -6; 2) $\sqrt{3}$; 3) 6; 4) 11,25.
7. Упростите выражение: $\log_5 75 - \log_5 3$. 1) 1; 2) 2; 3) -1; 4) 4.
8. Решите уравнение: $(1/4)^{x-3} = 1/16$. 1) 1; 2) -1; 3) 5; 4) -5.
9. Укажите множество решений неравенства $\frac{x(x-2)}{x-3} \leq 0$.
1) $[0;2] \cup (3;+\infty)$; 2) $(-\infty;0] \cup [2;3)$; 3) $[2;3)$; 4) $(-\infty;0] \cup [2;3]$.
10. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_2(x+1) = 4$.
1) (8; 10); 2) (4; 6); 3) (6; 8); 4) (14; 16).
11. Сколько процентов составляет число 21 от числа 168?
1) 12,5; 2) 10; 3) 25; 4) 50.
12. Найдите точку минимума функции $f(x) = x^3 - 3x$.
1) -1; 2) 1; 3) 0; 4) -2.
13. Решите уравнение: $9^x + 3^x - 2 = 0$, если два решения, то найти сумму.
1) 1; 2) -2; 3) 0; 4) -1.
14. В арифметической прогрессии $a_6 = 19, a_{18} = 43$. Найдите a_{12} .
1) 26; 2) 28; 3) 31; 4) 52.
15. Упростите выражение: $2^{\log_2 7} + \log_5 75 - \log_5 3$. 1) 10; 2) 7; 3) 9; 4) -1.
16. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[0;3]$.
1) 0; 2) 18; 3) -5; 4) -2.
17. Найдите значение функции $f(x) = x + \frac{4}{x}$ в точке максимума.
1) 4; 2) -2; 3) 2; 4) -4.
18. Найдите значение выражения: $\frac{\sin 55^\circ \sin 9^\circ - \cos 55^\circ \sin 81^\circ}{\cos^2 32^\circ - \sin^2 32^\circ}$.
1) 1; 2) -1; 3) 0; 4) -2.
19. Решите уравнение: $3 \cdot 9^{x+1} + 2 \cdot 3^{x+1} - 1 = 0$. 1) 1; 2) -1; 3) -2; 4) 2.

20. К 15% - му раствору уксусной кислоты добавили 270 мл 95% - й уксусной кислоты, в результате чего концентрация уксусной кислоты в растворе оказалась равной 45%. Сколько миллилитров раствора получили? 1) 630; 2) 550; 3) 450; 4) 540.

При ответе на задания необходимо внести верный ответ (целое число или десятичная дробь).

21. Вычислите: $\sqrt[4]{0,0625 \cdot 81}$. записать ответ: _____.

22. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 4,3 \cos x$.

записать ответ: _____.

23. Найдите значение выражения $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 4 \cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,4$.

записать ответ: _____.

24. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 30° , $AB = \sqrt{3}$. записать ответ: _____.

25. Найдите среднюю скорость велосипедиста, если на участке в 60 км он ехал со скоростью 30 км/ч, а на участке 120 км он ехал со скоростью 40 км/ч.

записать ответ: _____.

26. Найдите значение $\sqrt{21} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{21}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

записать ответ: _____.

27. В треугольнике ABC: $AC = BC = 12$, $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AB.

записать ответ: _____.

28. Вычислите: $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{189}}$. записать ответ: _____.

29. Найдите количество целых чисел из множества значений функции $y = 2,8 \cos 2x + 3$. записать ответ: _____.

30. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, высота которого равна 7. Объем параллелепипеда равен 112. Найдите радиус основания цилиндра. записать ответ: _____.

При ответе на задания необходимо привести полное решение и записать ответ.

31. В коммерческом банке деньги, положенные на молодежный вклад, ежегодно увеличиваются на одно и то же число процентов от предыдущей суммы. Определите, на сколько процентов каждый год увеличивался вклад, если первоначальная сумма вклада 5000, а через два года на счете оказалось 7200 рублей.

32. Найдите количество целых чисел, которые не входят в область определения

функции $y = \frac{7}{\sqrt[4]{|4x + 12| - |2x - 11|}}$.

33. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 3, апофема образует с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

34. При каких значениях параметра p уравнение $x^3 - 10x^2 + px = 0$ имеет два корня? Найдите эти корни.

35. Решить неравенство: $\log_{x+4} 3 + \log_{x-4} 3 > \log_{x-4} 3 \cdot \log_{x+4} 3$.

Решение тестовых заданий и ответы:

4. Преобразовать, раскрыв скобки $(x-6)(x-2)$

1) $x^2 - x - 12$ 2) $x^2 + 4x - 12$ 3) $x^2 + 8x + 12$ 4) $x^2 - 8x + 12$

Решение.

$$(x-6)(x-2) = x^2 - 6x - 2x + 12 = x^2 - 8x + 12$$

Верный ответ 4) $x^2 - 8x + 12$.

14. В арифметической прогрессии $a_6 = 19$, $a_{18} = 43$. Найдите a_{12} .

1) 26; 2) 28; 3) 31; 4) 52.

Решение.

$$a_6 = 19, a_{18} = 43$$

$$a_6 = a_1 + 5d, a_{18} = a_1 + 17d, a_6 + a_{18} = 2a_1 + 22d, a_{12} = a_1 + 11d,$$

$$a_{12} = \frac{1}{2}(a_6 + a_{18}) = \frac{1}{2}(19 + 43) = 31$$

Верный ответ 3) 31.

22. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 4,3 \cos x$.

записать ответ: _____.

Решение.

$$-1 \leq \cos x \leq 1, -4,3 \leq 4,3 \cos x \leq 4,3$$

Наибольшее целое значение функции $y = 4,3 \cos x$, равно 4

записать ответ: 4.

32. Найдите количество целых чисел, которые не входят в область определения

$$y = \frac{7}{\sqrt[4]{|4x+12| - |2x-11|}}$$

функции

Решение.

$$\text{Область определения } D(y): |4x+12| - |2x-11| > 0,$$

тогда $|4x+12| - |2x-11| \leq 0$ все значения переменной x , которые не входят в область определения функции. Решим неравенство и найдем количество целых значений переменной x .

$$|4x+12| \leq |2x-11|, (4x+12)^2 \leq (2x-11)^2,$$

$$16x^2 + 96x + 144 \leq 4x^2 - 44x + 121,$$

$$12x^2 + 140x + 23 \leq 0,$$

$$12x^2 + 140x + 23 = 0, x_1, x_2 = \frac{-70 \pm \sqrt{4900 - 276}}{12} = \frac{-70 \pm \sqrt{4624}}{12}$$

$$= \frac{-70 \pm 68}{12}; x_1 = -\frac{1}{6}, x_2 = -11,5.$$

Решение неравенства: $12x^2 + 140x + 23 \leq 0, x \in \left[-11,5; -\frac{1}{6}\right]$, количество целых значений переменной x равно 11, т.к. $\{-11; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Ответ: 11

3. СОДЕРЖАНИЕ ВОПРОСОВ ПО МАТЕМАТИКЕ, НА ОСНОВЕ КОТОРЫХ СОСТАВЛЕНЫ ТЕСТЫ

В первом разделе перечислены основные математические понятия и факты, которыми должен владеть поступающий на тестировании.

Второй раздел представляет собой перечень теоретических вопросов (Основные формулы и теоремы). При подготовке к тесту целесообразно познакомиться с формулировками утверждений этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

1. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное.

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9 и 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Определение и основные свойства функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^a$, $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x, a > 0$,

логарифмической $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решение системы.

Уравнения с параметрами и их решение.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной, физический и геометрический смысл.

Производная функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, $y = a^x, a > 0$, $y = x^n$, $y = \ln x$.

Приложение производной к исследованию функций. Необходимое условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Понятие определенного интеграла. Приложение интегралов в геометрии.

Элементы теории вероятностей: понятие вероятности случайного события, классическое определение вероятности, основные формулы, основные теоремы, правила.

Комплексные числа, действия с комплексными числами, преобразования, уравнения.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла.

Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников.

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности.

Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла.

Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида.

Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формулы площади поверхности и объема призмы.

Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Формулы площади поверхности и объема конуса.

Формулы объема шара.

Формулы площади сферы.

2. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функции $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и их графики.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$ и $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Классическое определение вероятности.

Условная вероятность, формула полной вероятности.

Формула Бернулли.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

3. Требования к абитуриенту

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

1. выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие;
2. сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;
3. решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;
4. исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;
5. изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
6. пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
7. пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;
8. пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
9. составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;
10. излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ЕГЭ 2021, Математика, Методические рекомендации, Яценко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р., 2020
2. ЕГЭ, Математика, Базовый уровень. Готовимся к итоговой аттестации, Семенов А.В., Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Трепалин А.С., Кукса Е.А., 2021
3. ЕГЭ 2020, Математика, 11 класс, Методические рекомендации, Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В., 2019
4. ЕГЭ 2023, Математика, 11 класс. Спецификация. Кодификатор. Профильный уровень. Проект
5. ЕГЭ 2023, Математика, 11 класс. Демонстрационный вариант. Профильный уровень. Проект
6. ЕГЭ 2023, Математика, 11 класс. Демонстрационный вариант. Базовый уровень. Проект
7. ЕГЭ 2023, Математика, 11 класс. Спецификация. Кодификатор. Базовый уровень. Проект
8. ЕГЭ 2023, Математика, 11 класс. Кодификатор. Проект
9. ЕГЭ 2023, Математика, Профильный уровень, 11 класс. Спецификация. Проект
10. Математика, Базовый уровень, ЕГЭ. Готовимся к итоговой аттестации, Учебное пособие, Семенов А.В., Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Трепалин А.С., Кукса Е.А., 2019
11. Математика, ЕГЭ, Профильный уровень, Сборник задач, Золотарёва Н.Д., Золотарёв А.Б., 2021
12. Математика, Пособие для абитуриентов, Киреенко С.Г., 2022
13. Яценко, И.В. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Базовый уровень / И.В. Яценко. - М.: АСТ, 2017. - 160 с.
14. Яценко, И.В. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Базовый уровень / И.В. Яценко. - М.: АСТ, 2018. - 160 с.

Интернет-ресурсы

- <https://4ege.ru/matematika/> Единый государственный экзамен по математике.
<https://fipi.ru/ege> Федеральный институт педагогических измерений.
https://yandex.ru/tutor/subject/?subject_id=2 Тренировочные варианты для подготовки к ЕГЭ-2021
<https://ctege.info/ege-2023/raspisanie-ege-2023.html> ЕГЭ-2023